

## TEMA 3: DUALIDADE E ANÁLISE DE SENSIBILIDADE

### MÉTODO DUAL – SIMPLEX

Até agora, nos problemas de programação linear que consideramos era obrigatório que todos os elementos do lado direito da tabela simplex fossem positivos. Isto significa que todas as soluções eram viáveis. Pela propriedade 4, sabemos que as soluções duais são inviáveis até que a solução óptima seja obtida. No entanto é possível que durante o processo de solução, venhamos a ter uma solução dual viável, o que significa inviável no primal.

O método Dual – Simplex se destina a resolver esse tipo de problema. As diferenças em relação ao método simplex se resumem nas regras de entrada e saída de variáveis na base.

## Regras de entrada e saída de variáveis na base

Dado um problema de minimização para resolvê-lo pelo método Dual - Simplex deve-se transformar as inequações do tipo  $\geq$  para  $\leq$ , em seguida aplicar as regras 1 e 2 para o problema de minimização.

**Regra 1.** *Variável que sai:* é a variável básica com o valor mais negativo. Se todas as variáveis básicas tiverem valores positivos, a solução é ótima.

**Regra 2.** *Variável que entra:* é escolhida entre as variáveis fora da base, da seguinte forma:

Dividir os coeficientes do lado esquerdo da equação  $z$  transformada (coeficientes da função objectivo) pelos correspondentes coeficientes negativos da equação da variável que sai.

$$\alpha_{ij} = \frac{c_i}{a_{ij}} ; \quad a_{ij} < 0$$

A variável que entra é a que tem o menor valor entre os quocientes encontrados (para o problema de minimização) ou o menor valor absoluto (para o problema de maximização).

Quando, em ambos os casos, não houver coeficientes negativos na linha da variável que sai da base, o problema não tem solução viável.

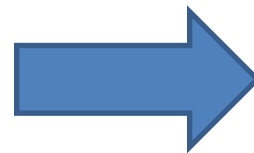
Resolver o seguinte problema pelo método dual - simplex.

Minimizar  $W = 2x_1 + 1x_2$

Sujeito à  $\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 \geq 6 \\ 1x_1 + 2x_2 \leq 3 \\ x_i \geq 0 \end{cases}$

Para resolver o problema sem usar o método de duas fases nem do grande M, vamos escrever o problema na forma padrão e introduzimos depois as variáveis de folga.

$\text{Min } W = 2x_1 + 1x_2 + 0x_3 + 0x_4$



Sujeito à  $\begin{cases} -4x_1 - 3x_2 + x_3 + 0x_4 = -6 \\ 1x_1 + 2x_2 + 0x_3 + x_4 = 3 \\ x_i \geq 0 \end{cases}$

Tabela inicial simplex

Base	x1	x2	x3	x4	bi
x3	-4	-3	1	0	-6
x4	1	2	0	1	3
W	-2	-1	0	0	0

(1/2)    **(1/3)**

1ª Iteração

Base	x1	x2	x3	x4	bi
x2	4/3	1	-1/3	0	2
x4	-5/3	0	2/3	1	-1
W	-2/3	0	-1/3	0	2

2ª iteração

Base	x1	x2	x3	x4	bi
x2	0	1	1/5	4/5	6/5
x1	1	0	-2/5	-3/5	3/5
Z	0	0	-3/5	-2/5	12/5

**Solução**  $X = (3/5; 6/5; 0; 0)$   $W_{\min} = 12/5$

Para a solução dual temos  $Y = (3/5; 2/5; 0; 0)$   $Z_{\max} = 12/5$

Resolver o problema de programação linear pelo método dual - simplex.

$$\text{Minimizar } W = 3x_1 + 2x_2$$

$$\text{Sujeito à } \begin{cases} 3x_1 + x_2 \geq 3 \\ 4x_1 + 3x_2 \geq 6 \\ x_1 + x_2 \leq 3 \\ x_i \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{Solução } X = (3/5; 6/5; 0; 0; 6/5) \text{ com } W_{\min} = 21/5$$

Resolver o problema de programação linear pelo método dual - simplex.

Minimizar  $W = 9y_1 + 2y_2$

$$\text{Sujeito à } \begin{cases} 4y_1 + y_2 \geq 13 \\ 3y_1 + y_2 \leq 12 \\ y_i \geq 0 \end{cases}$$





## SUMÁRIO

Resolução de problemas de programação linear pelo método dual - simplex.